EFFORT NORMAL

K. BENSEBAA

EFFORT NORMAL

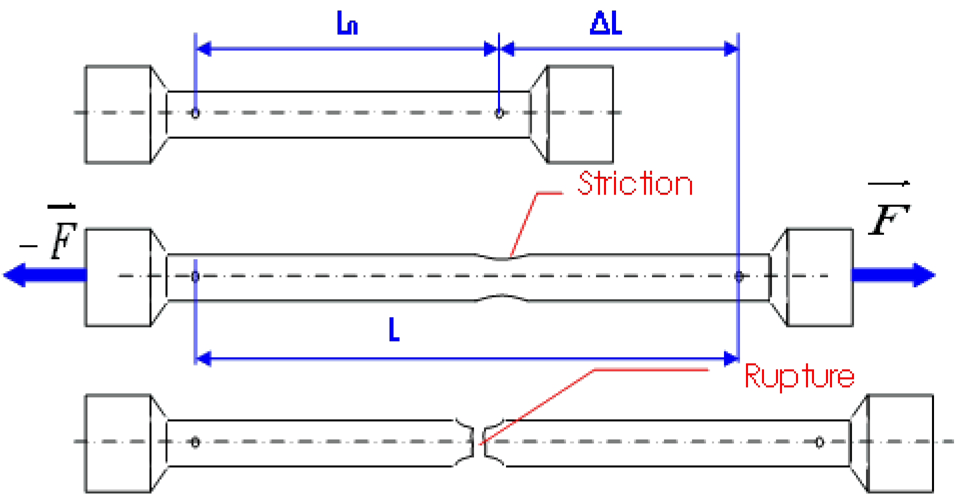
Traction et Compression Simples

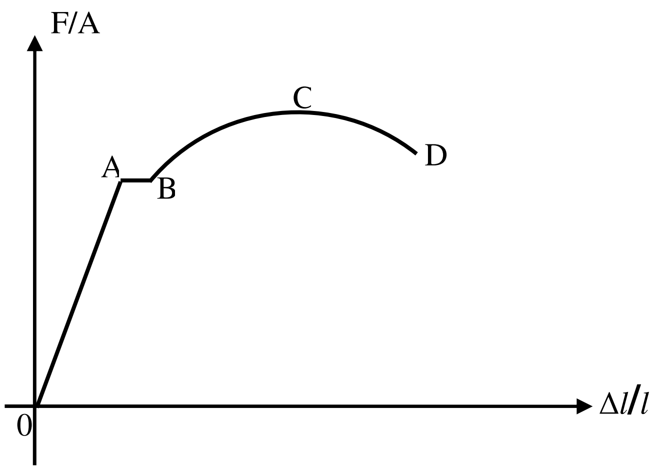
I/ Essai de traction:

Il permet de déterminer la Résistance à la limite élastique et la Résistance à la rupture des différends matériaux.

Il permet de définir les caractéristiques de résistance des matériaux.

Cet essai consiste à soumettre à 20°C une « éprouvette » de longueur l à un effort de traction **F**, progressivement croissant, généralement jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Le graphe traduit la relation entre les allongements de l'éprouvette et F/A.





- Partie OA : la courbe est sensiblement rectiligne, ce qui signifie que la déformation est proportionnelle à l'effort exercé (ou que l'allongement relatif $\boldsymbol{\Delta l/l}$ est proportionnel à **F/A** contrainte). (**OA** : droite de pente **E**)

Dans cette zone, si on décharge l'éprouvette, elle revient à sa longueur initiale, comme un ressort. On dit que le matériau a, dans cette phase, un **comportement élastique linéaire**.

- Partie AB : l'éprouvette s'allonge alors que l'intensité de la charge ne varie pratiquement pas, cette partie de la courbe est appelée « **palier plastique** ».

- Partie BD : on observe un allongement important pour une faible augmentation **F**. La courbe se relève jusqu'à un maximum C qui correspond à la **limite de rupture**.

A ce stade, on observe une diminution de la section de la barre dans la zone où va se produire la rupture, c'est le **phénomène de striction**. Puis la rupture intervient (point D).

Au-delà du point **A**, on rentre dans le domaine des grandes déformations, le **domaine plastique**, où les allongements ne sont plus proportionnels aux efforts. A ce stade, si on décharge l'éprouvette, celle-ci ne retrouve pas sa longueur initiale, on constate un **allongement résiduel**, c'est-à-dire une déformation permanente.

Dans la zone de déformations élastiques, la pente de la courbe obtenue est constante et définie par :

$$E = \tan\theta = \frac{F/_A}{\Delta l/_l}$$

Cette constante caractérise la nature du matériau et on l'appelle **module d'élasticité longitudinale** (ou **module de Young**) noté **E**

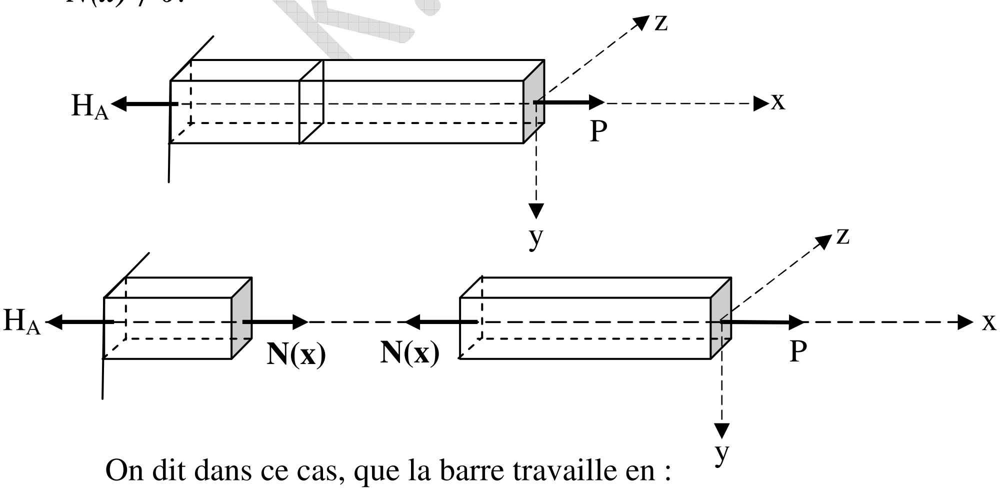
$$\frac{F}{A} = E\,\frac{\Delta l}{l}$$

Avec :

Acier : E = 2,1 10^6 kg/cm^2
Fonte : E = 0,6 10^6 à 1,6 10^6 kg/cm^2
Cuivre : E = 1,2 10^6 kg/cm^2
Aluminium : E = 0,7 10^6 kg/cm^2
Bronze : E = 1 10^6 kg/cm^2
Béton : E = 0,2 10^6 à 0,5 10^6 kg/cm^2

II/ Condition d'existence:

Quand la résultante de toutes les charges extérieures suit pour l'ensemble des sections d'une barre l'axe de celle-ci, les éléments de réductions (sollicitations internes) se réduisent à ***N(x) ≠ 0***.



On dit dans ce cas, que la barre travaille en :

- Traction simple si ***N(x) > 0***
- Compression simple si **N(*x*) < 0**.

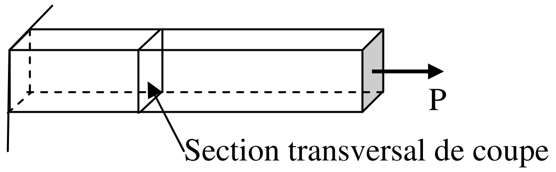
III/ Effort normal – Diagramme:

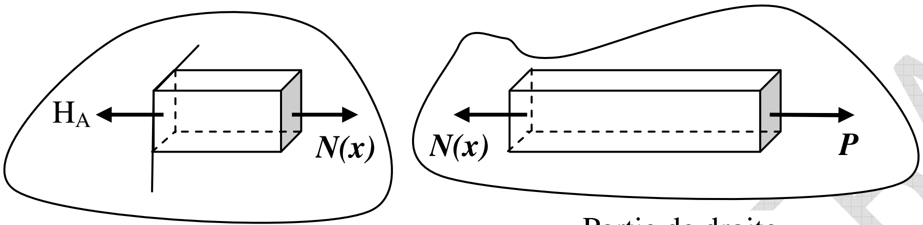
L'effort $N(x)$ est identifié par ***EFFORT NORMAL***.

1/ Mise en évidence de l'effort normal:

La mise en évidence de l'effort normal (effort interne) est réalisée par une ***section transversale.*** La barre est ainsi coupée en **deux** parties (partie de droite et partie de gauche).

Chaque partie est en équilibre. La nécessité de cet équilibre nous conduit à introduire au niveau de la section transversale de coupe un effort $N(x)$ normale à cette section appelé : ***EFFORT NORMAL.***





P: charge extérieure
N(x) : effort normal (intérieur)

Partie de gauche en équilibre

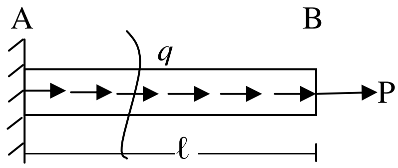
Partie de droite en équilibre

2/ Calcul de l'effort normal:

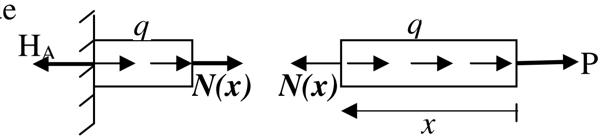
L'effort normal $N(x)$ dans la section transversale représente la résultante de toutes les forces extérieures situées d'un coté (gauche ou droite) de la section.

a) Cas général:

On réalise une section transversale à x de B,



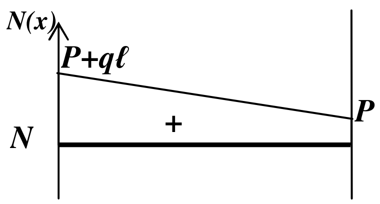
La projection sur l'axe horizontal des efforts de la partie droite donne :



$$N(x) - P - q.x = 0$$
$$N(x) = P + q.x$$

Avec $N(x)$ qui représente la loi de variation des efforts normaux le long de la barre. La représentation graphique s'appelle ***Diagramme*** des efforts normaux.

$$N(x) = P + q.x \quad \begin{cases} N(0) = P \\ N(\ell) = P + q\ell \end{cases}$$

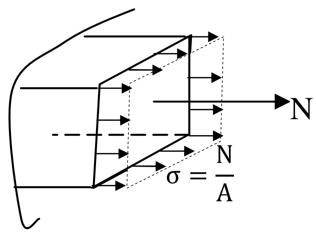


IV/ Contrainte normale σ:

L'effort normal N qui s'exerce sur la section transversale se répartit par ***hypothèse*** uniformément en ***contraintes normales σ*** dont la valeur est :

$\sigma = \frac{N}{A}$ A : aire de la section

σ : contrainte normale [N/mm^2], [kg/cm^2], [t/m^2]

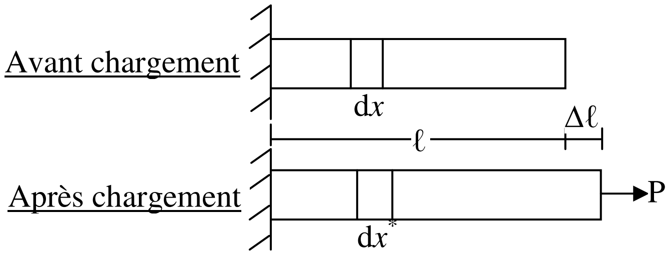


V/ Déformations:

On distingue deux types de déformations :

- Déformation longitudinale,
- Déformation transversale.

1/ Déformation longitudinale:



Sous l'effet de la charge ***P***, la barre se déforme et l'élément ***dx*** subit une déformation égale à :

$\Delta(\mathrm{d}x) = \mathrm{d}x^* - \mathrm{d}x$

$\Delta(\mathrm{d}x)$ est appelé ***déformation absolue*** (unité de longueur).

Le rapport $\frac{\Delta(\mathrm{d}x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\text{déformation absolue}}{\text{longueur initiale}} = \varepsilon$ est appelé ***déformation relative*** (sans unité).

Pour calculer la déformation absolue globale $\Delta\ell$, on procède de la manière suivante :

$$\frac{\Delta(\mathrm{d}x)}{\mathrm{d}x} = \varepsilon$$

$$\Delta(\mathrm{d}x) = \varepsilon.\mathrm{d}x$$

or $\Delta\ell = \sum\Delta(\mathrm{d}x) = \int \varepsilon.dx$

Or la loi de Hooke qui exprime la relation entre les contraintes et les déformations est :

$$\boldsymbol{\sigma = \varepsilon\, E} \Longrightarrow \boldsymbol{\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N(x)}{EA}}$$

E – module d'élasticité longitudinal
ε – déformation relative
σ – contrainte normale

d'où : $\Delta\ell = \int_0^\ell \varepsilon\Delta x = \int_0^\ell \frac{N(x)}{EA}dx$

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta\ell = \int_0^\ell \frac{N(x)}{EA}dx}}$$

EA rigidité à l'effort normal.

Cas particulier:

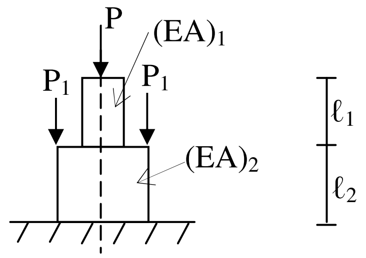
a) ***EA***= Constante

$$\Longrightarrow \boxed{\boldsymbol{\Delta\ell = \frac{1}{EA}\int_0^\ell N(x)dx}}$$

b) ***EA***=Constante et N(x)=Constante

$$\Longrightarrow \boxed{\boldsymbol{\Delta\ell = \frac{N\ell}{EA}}}$$

c) Cas des barres brusquement variable :



$\Delta\ell = \sum \Delta\ell_i = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2$

$$\boldsymbol{\Delta\ell} = \frac{N_1\ell_1}{(EA)_1} + \frac{N_2\ell_2}{(EA)_2}$$

Avec :

<u>$0 \le x \le \ell_1$:</u>

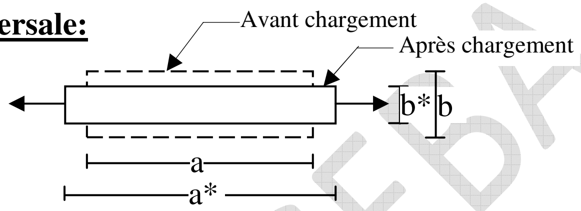
$N_1(x) = -P$

<u>$\ell_1 \le x \le \ell_1 + \ell_2$:</u>

$N_2(x) = -(P + 2P_1)$

$$\Delta\ell = \frac{-P\ell_1}{(EA)_1} + \frac{-(P+2P_1)\ell_2}{(EA)_2}$$

2/ Déformation transversale:



Allongement longitudinal : $\Delta a = a^* - a \Longrightarrow \varepsilon_\ell = \frac{\Delta a}{a}$

Raccourcissement transversal : $\Delta b = b^* - b = -(b - b^*) \Longrightarrow \varepsilon_t = \frac{\Delta b}{b}$

$\boldsymbol{\varepsilon_\ell}$ et $\boldsymbol{\varepsilon_t}$ sont toujours de signe opposé.

$\boldsymbol{\mu} = \left|\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_\ell}\right|$ est nommé coefficient de Poisson, il caractérise les propriétés du matériau, et il est déterminé expérimentalement.

$0 \le \boldsymbol{\mu} \le 0{,}5$ béton $\boldsymbol{\mu} = 0{,}18$

acier $0{,}20 \le \boldsymbol{\mu} \le 0{,}32$

VI/ Contraintes admissibles – Coefficient de sécurité :

Les contraintes admissibles sont les contraintes que peut supporter une structure sans danger.

$\boldsymbol{\sigma_{adm}} < \boldsymbol{\sigma_u} \Longrightarrow \boldsymbol{\sigma_{adm}} = \frac{\sigma_u}{n_{adm}}$ avec: $\boldsymbol{\sigma_{adm}}$: *contrainte admissible*

$\boldsymbol{\sigma_u}$: *contrainte ultime* (limite)

$\boldsymbol{n_{adm}}$: coefficient de sécurité

Le coefficient de sécurité est introduit pour assurer le service sans aléas de l'ouvrage et de ses parties constitutives.

Le calcul à la résistance des barres soumises à l'effort normal, se fait en comparant les contraintes réelles aux contraintes admissibles.

$\boldsymbol{\sigma_{réelle}} = \frac{N}{A} \le \boldsymbol{\sigma_{adm}}$ condition de résistance à l'effort normal.

A section de la partie dangereuse.

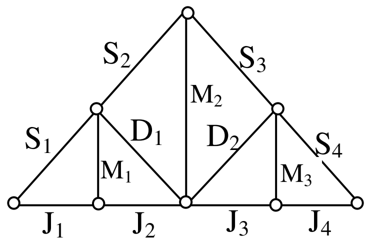
VII/ POUTRES A TREILLIS:

1/DEFINITION:

Les poutres à treillis sont des structures formées de barres rectilignes assemblées à leurs extrémités aux moyens d'articulations **"nœuds"**, de façon à ce que cet ensemble ainsi constitué soit indéformable.

Un système à treillis est forme de :

- N_i : Nœuds
- S_i : Membrures supérieures
- J_i : Membrures inferieures
- M_i : Montants
- D_i : Diagonales



Les seules déformations des éléments constituant ces systèmes sont les allongements ou raccourcissement qui restent d'ordres infinitésimaux (très petits).

Dans la majorité des cas, une poutre à treillis est schématisée par une suite de triangle relié entre eux aux niveaux des sommets.

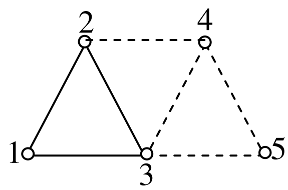
Le poids propre des barres est négligeable.

Les charges extérieures sont appliquées aux nœuds pour que les barres travaillent uniquement à l'effort normal.

2/ PROPIETES :

La forme la plus simple et la plus usuelles des systèmes articulés est le réseau triangulaire, tracé à partir d'un triangle initial puis en ajoutant chaque fois un nouveau nœud au moyen de deux (02) barres.

	Barres	**Nœuds**
Triangle initial	3	3
2 triangles	5	4
3 triangles	7	5
. . . .	. . . .	. . . .
t triangles	(2t+1)	(t+2)



Le nombre de barres $b=(2t+1)$

Le nombre de nœuds $n=(t+2)$

On aura donc $\boldsymbol{b=2n-3}$ système isostatique.

Cette condition est nécessaire et suffisante pour l'étude de ces systèmes articulés.

Si $\boldsymbol{b<2n-3}$ système mécanique.

Si $\boldsymbol{b>2n-3}$ système hyperstatique.

En générale l'équation s'écrit de la manière suivante :

$\boldsymbol{b=2n-r}$ b : nombre de barres
n : nombre de nœuds
r : nombre de réactions d'appuis.

3/ CALCUL DES EFFORTS :

Avant de procéder aux calculs des efforts dans les barres, on doit vérifier que:

- les efforts extérieurs sont appliqués aux nœuds.
- Le système est isostatique ***b=2n-r***.

Pour calculer les efforts dans les barres d'un système à treillis, on utilisera la méthode analytique (des sections ou de RITTER).

Considérons un système à treillis soumis à un système de charges extérieures P_i appliquées aux nœuds. Les équations de la statiques permettent de déterminées les réactions d'appuis.

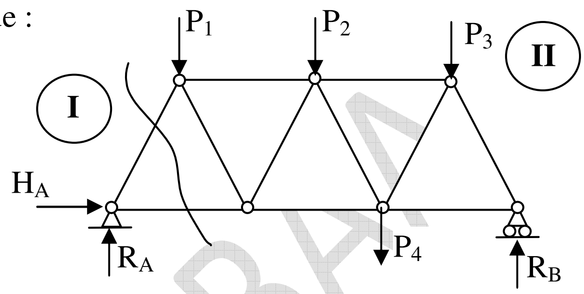
On fait une coupe fictive en traversant le système de manière à avoir 2 parties distinguent **I** et **II**, qui rencontre au plus 3 barres dont les sollicitations internes N_i sont inconnues.

Ecrivons les 3 équations de la statique :

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M/_{\text{à un nœud}} = 0$$



On renouvelle l'opération jusqu'à déterminer tous les efforts dans les barres constituant le système à treillis.

Exemple :

Soit le système ci-contre
Calculer les efforts dans les barres.